

§3. 重力の本質は何か

§2まで: Maxwell 理論が Lorentz 対称性とガージ対称性から従うことを見た.

§3の問い: 重力を特徴づける原理・対称性は何か?

① 等価原理

↪ 等価原理・一般座標変換不変性

② 曲がった時空と重力

① 等価原理

まずは Newton 力学で重力と Coulomb 力を比較しよう.

・慣性質量 m_I , 重力質量 m_g , 電荷 q の粒子

$$m_I \ddot{\mathbf{r}} = q \mathbf{E}(\mathbf{r}) + m_g \mathbf{g}(\mathbf{r}) \quad (\mathbf{E} = -\nabla \phi, \mathbf{g} = -\nabla \Psi)$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\mathbf{r}} = \frac{q}{m_I} \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \frac{m_g}{m_I} \mathbf{g}(\mathbf{r}) \dots (3-a)$$

粒子の運動は比電荷 $\frac{q}{m_I}$ および重力質量と慣性質量の比 $\frac{m_g}{m_I}$ に依存.

実験的に $\left\{ \begin{array}{l} \text{比電荷は物質によつて様々な値をとる} \\ \frac{m_g}{m_I} \text{ は物質によらず (設置の範囲で) } 1 \end{array} \right\}$ と知っている.

(cf. Eötvös の実験)

地球の自転・公転による慣性力と地球から受ける重力を比較

$$\Rightarrow \frac{|m_g - m_I|}{m_I} < 10^{-8} \quad (\text{今では } \frac{|m_g - m_I|}{m_I} < 10^{-12} \text{ まで精度向上})$$

← (弱い) 等価原理と呼ぶ。

◦ $m_g = m_i$ と仮定すると、(3-a)は

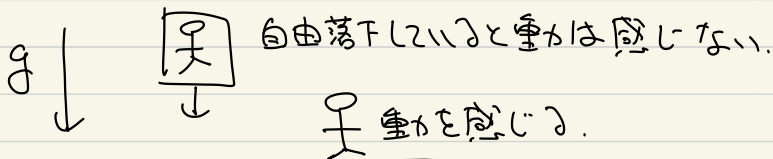
$$\ddot{h} = \frac{g}{m} E(h) + g(h) \dots (3-b) \quad \text{と書ける.}$$

※ 電場や重力場が一定とみなせる + 十分小さい範囲では、

$$h' = h - \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{と座標変換することで}$$

$$(3-b) \Leftrightarrow \ddot{h}' = \frac{g}{m} E \quad (g(h) \text{ は一定とみなした})$$

つまり少なくとも局所的には重力の効果と消える!



② 曲がった時空と重力

◦ 局所的な話

- ・ 局所的には重力の効果を取り除ける
- ・ Maxwell 理論は Lorentz 不変で 特殊相対論と相性がいい.

⇒ 重力の効果が無視できる局所領域では
特殊相対論や Maxwell 理論を尊重すべき??

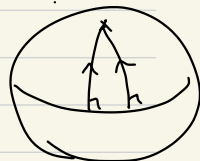
Einstein の作業仮説 1.

- ・ 座標変換により、時空は局所的に Minkowski 空間 $ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2$ で近似できる.
この座標系を局所慣性系 (局所 Minkowski 座標) と呼ぶ.
- ・ 全ての局所慣性系において物理法則は共通である.
つまり局所的な Lorentz 変換のもと理論は不変.

。大域的な話

- ・地球表面 (球面) は局所的に Euclid 空間と見なせるが、大域的には曲がっている。

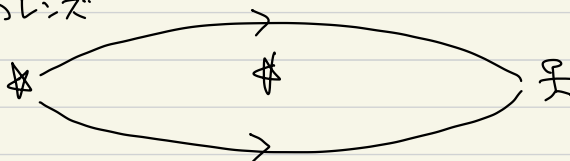
EX. 平行な 2 本の直線がいきなり交わる。



- ・重力の存在下でも平行な 2 本の直線がいきなり交わる。

⇒ 曲がった時空の効果として重力を理解できる??

EX. 重力レンズ



- ※ 大域的な議論をするには局所 Minkowski 座標だけでなく、より広い領域を記述可能な座標系が必要

Einstein の作業仮説 2.

どの座標系を用いても物理法則は不変に書けるべし。

(一般座標変換不変性)

以上の考察のもと、一般相対性理論では

- ・一般の座標系で適用可能な理論を構築
- ・局所慣性系では特殊相対論や Maxwell 理論を再現
- ・時空が曲がる効果で重力を表現。

⇒ Riemann 幾何学