

平面受動2足歩行における足形状の省エネルギー効果の考察

田 崎 勇 一 * 井 村 順 一 *

A Study of the Energy-Saving Effect of Foot Shape on Planar Passive Bipedal Walking

Yuichi Tazaki* and Jun-ichi Imura*

This paper studies an influence of the foot shape on energy-efficiency of passive dynamic walking of a bipedal robot. Two types of bipedal robots are compared in terms of variation of kinetic energy under locomotion. One has point-feet, and another has linear feet. Under the simplification of the robot models, it is proven that the robot with linear feet presents larger walking speed in steady walking compared to the point-footed robot. It is also verified by numerical simulations that the above claim holds for the case of the original(unsimplified) model. A design method of foot shape is proposed.

Key Words: Bipedal robot, Dynamics based control, Foot

1. は じ め に

歩行によって推進するロボットや移動機械を実用化するには、車輪による移動機構と比べても遜色ない、高いエネルギー効率の歩行を達成しなければならない。近年、歩行システムに内在するダイナミクスを積極的に利用することで、見た目に自然で、かつエネルギー効率の良い歩行を実現しようというダイナミクスベース制御 (Dynamics Based Control, DBC) の必要性が主張されてきている。中でも受動歩行と呼ばれる分野は、アクチュエータを一切用いないという特徴によって DBC 的アプローチの最極端に位置していると言える。

受動歩行研究の先駆者である McGeer [1] は、コンパス型 2 足歩行ロボットが一切の制御無しに斜面を下り降りることができることを実機を用いて示した。また Goswami ら [2] は、物理パラメータが変化するにつれてロボットの歩容がカオス的振る舞いを見せることを示した。また Garcia ら [3] は、脚の質量を無限小とおいたコンパス型ロボットについて多くの解析的知見を得ることに成功している。

受動歩行研究の知見を応用することで、歩行システムのダイナミクスを積極的に利用した制御則の提案もなされてきている。小野ら [5] は、膝関節を有する 2 足歩行ロボットに対し、膝関節の角度を股関節トルクにフィードバックすることで自励振動を起こし、これによって水平な路面での持続歩行が可能となることを数値シミュレーションと実機を用いた実験にて示した。浅野ら [6]、Spong [7] は、傾斜路面において重力場から受ける外

力を制御入力によって模擬することによって水平路面での歩行を実現する仮想受動歩行を提案している。

ところで人間の歩容解析の研究によると、以下のように歩容を工夫することによって身体の重心が上下左右に揺れ動くことを抑え、小さなエネルギー消費量での歩行が実現されていると言われている [8]。

- (i) 骨盤の 3 次元揺動
- (ii) 矢状面に近い位置に着地する
- (iii) 支持脚の膝関節の屈曲
- (iv) 足の存在

上記の内、(i)(ii) は 3 次元モデルでの議論を要するが、(iii)(iv) は矢状面上に拘束された 2 次元モデルでも十分議論ができるものと考えられる。本論文では、この中から特に (iv) に着目し、足の存在が歩行のエネルギー消費量に与える影響を考察する。

以上述べた受動歩行の既存研究の中にも、足を有する 2 足歩行ロボットを対象としているものがある。McGeer [1] は、車輪のアナロジーから円弧状の足を持つモデルを提示し、足の曲率半径が脚の長さに一致するケースではエネルギー損失は 0 となり、水平面での定常歩行が可能であると述べている。しかしながら、円弧状の足形状では路面に対して効果的にトルクを印加することが困難なため、バランスや不整地での歩行といった目的には不向きであることが予想される。また、浅野ら [6] のモデルは、接地点においてトルクを生じるために足首関節が設けられているが、これは仮想受動歩行を行うには系を full-actuated にする必要があるためであり、エネルギー効率の観点には直接の関連はない。

そこで本論文では、2 足歩行ロボットの歩行のエネルギー効率に対して、足の存在がどのような影響を与えるかを考察する。

原稿受付

*東京工業大学

*Tokyo Institute of Technology

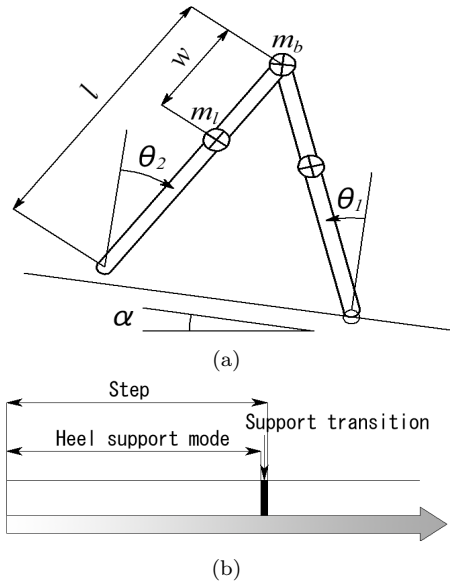


Fig. 1 Compass-like bipedal robot. (a)Figure (b)Walking sequence

本論文の流れを説明する．まず第 2 節において，対象とする足を持つ 2 足歩行ロボットおよび比較のためのコンパス型 2 足歩行ロボットのモデルを定式化する．第 3 節では，ロボットの歩行における運動エネルギーの変化について議論する．はじめにコンパスモデルと足を持つモデルの運動エネルギー変化を統一的に扱うための枠組みを導入する．次にそれぞれのモデルを単純化した簡易モデルを提示し，この簡易モデルにおいて，足を持つモデルの方がコンパスモデルと比べてより小さなエネルギー損失量で歩行できることを定性的に示す．第 4 節では，足を持つロボットとコンパス型ロボットとを数値シミュレーションで定量的に比較する．比較に先立って，足を持つロボットのための足形状の設計アルゴリズムを提案する．次に提案手法で設計された足を持つロボットと，コンパス型ロボットの歩行運動を同一の条件下で数値シミュレーションにより比較し，その結果，足を持つロボットの方が定常歩行時に，より大きな運動エネルギーを保持することを示す．

2. モデルの定式化

対象とする 2 足歩行ロボットを Fig. 1, Fig 2 に示す．記号の意味は以下の通りである．

l	... かかとから股関節までの長さ
l'	... つま先から股関節までの長さ
w, w', h'	... 脚の重心位置
m_l	... 脚の質量
m_b	... 股関節の質量
θ_1	... 路面鉛直方向と支持脚が成す角度
θ_2	... 路面鉛直方向と遊脚が成す角度
α	... 路面傾斜角
β	... 足首角度
γ	... 足の長さ

Fig. 1 のコンパス型 2 足歩行ロボットは，まっすぐな棒で

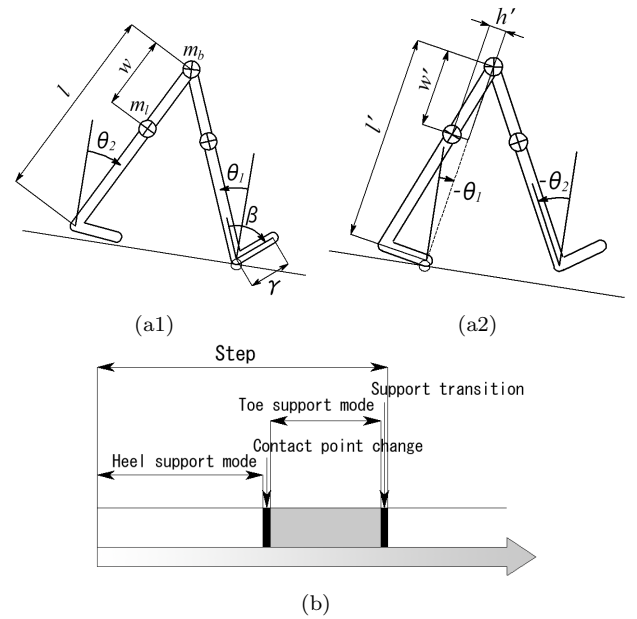


Fig. 2 Bipedal robot with linear feet. (a1)Figure in heel support mode. (a2)Figure in toe support mode. (b)Walking sequence.

きた 2 本の脚を非駆動回転関節で連結したものである．コンパス型ロボットの歩行シーケンスは Fig. 1(b) のように，かかと支持モード (heel support mode) $\rightarrow$ 支持脚交代 (support transition) となる．

これに対し Fig. 2 は足を付加した 2 足歩行ロボットである．足 (foot) および脚 (leg) は，足首の位置で「くの字」に折れ曲がった剛体として扱う．足首の角度 β と足長 γ をまとめて足パラメータ $\xi = (\beta, \gamma)$ と呼ぶ．足を持つモデルの歩行シーケンスは Fig. 2(b) のように，かかと支持モード $\rightarrow$ 接地点移動 (contact point change) $\rightarrow$ つま先支持モード (toe support mode) $\rightarrow$ 支持脚交代となる．

路面鉛直方向を基準とする支持脚，振り脚の傾きをそれぞれ θ_1, θ_2 とおき， $\theta = (\theta_1, \theta_2)^T$ とする．ただし足を持つロボットの場合，つま先支持モードではつま先と股関節を結ぶ線分の傾きを θ_1 と設定することに注意されたい．加えて $\omega = \dot{\theta}$ ， $x = (\theta^T, \omega^T)^T$ とする．

かかと支持モードとつま先支持モードでのロボットの運動方程式は次式となる．

$$M(\theta) \ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) = 0 \quad (1)$$

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}, h(\theta, \dot{\theta}) = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix}, g(\theta) = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix}$$

[†] コンパスモデルの脚の先端を「かかと」と見なす．足を持つモデルと用語を統一するためにこのように命名した．

$$\begin{aligned}
M_{11} &= m_l((\hat{l} - \hat{w})^2 + \hat{h}^2) + (m_l + m_b)\hat{l}^2 \\
M_{12} &= M_{21} = m_l\hat{l}w \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
M_{22} &= m_l w^2 \\
h_1 &= -m_l\hat{l}w \sin(\theta_1 + \theta_2)\dot{\theta}_2^2 \\
h_2 &= -m_l\hat{l}w \sin(\theta_1 + \theta_2)\dot{\theta}_1^2 \\
g_1 &= m_l g(\hat{h} \cos(\theta_1 - \alpha) - (\hat{l} - \hat{w}) \sin(\theta_1 - \alpha)) - \\
&\quad (m_l + m_b)g\hat{l} \sin(\theta_1 - \alpha) \\
g_2 &= m_l g w \sin(\theta_2 + \alpha)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{w} &= w, \hat{h} = 0, \hat{l} = l & (\text{かかと支持モード}) \\
\hat{w} &= w', \hat{h} = h', \hat{l} = l' & (\text{つま先支持モード})
\end{aligned}$$

足を持つモデルがかかと支持モードにあるときに支持脚のつま先が路面に接触すると、接地点がかかとからつま先へ移り（接地点移動）、つま先支持モードへ移行する。接地点移動が起こる条件は次式で表せる。

$$\theta_1 = \beta - \frac{\pi}{2} \quad (2)$$

両モデルにおいて、振り脚が路面に接触すると、その瞬間に振り脚が新たに支持脚となり、それまでの支持脚が振り脚となる（支持脚交代）。支持脚交代が起こる条件は以下ようになる。

$$\hat{l} \cos \theta_1 = l \cos \theta_2 \quad (3)$$

ただし、振り脚が路面をこする現象を回避するために、振り脚が支持脚の前方に無い場合は、上の条件が満たされても支持脚交代は起こらないものとする。また、振り脚は必ずかかとから接地すると仮定する。

接地点移動及び支持脚交代は、ロボットの脚と路面との衝突現象としてモデル化される。これらの衝突現象に関して以下の一連の仮定を設定する。

- (i) 衝突は無限小の時間で完了する。
- (ii) 衝突の過程で衝突点以外の点においてロボットに対して撃力が作用することはない。
- (iii) 衝突は完全に非弾性的であるとする。

仮定 (iii) より、衝突の直後に衝突点での速度は 0 となる。これにより、衝突の後に振り脚が跳ね返ったり、滑ったりすることはない。

以上の仮定より、衝突によってロボットの速度は不連続に変化するが、位置は変化しない。

ロボットの接地部位がかかとからつま先、つま先からかかとへ移る際、 θ および ω を適切に再設定する必要がある。以上の点を踏まえると、接地点移動および支持脚交代でのロボットの角度・角速度の変化は以下のような代数方程式で表すことができる。

$$x^+ = \begin{bmatrix} \Psi_\theta & 0 \\ 0 & \Psi_\omega \end{bmatrix} x^- + \begin{bmatrix} \psi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで x^+ , x^- はそれぞれ衝突の前後におけるロボットの状態である。詳細については付録 A を参照されたい。

3. エネルギー解析

3.1 歩行での運動エネルギーの変化

前節で提示した 2 種類のロボットに対して、歩行時の一步毎の運動エネルギー変化を比較することを考える。本論文では、前回の支持脚交代の直後から次の支持脚交代の直後までを「一步」と定義する。第 n 歩目の開始時におけるロボットの状態を x_n で表す。すると、コンパスモデルについての運動エネルギーの変化は次のように表すことができる。

$$K_{n+1} = \kappa_n(K_n + \Delta U_n) \quad (5)$$

ここで K_n は n 歩目開始時での運動エネルギー、 ΔU_n は n 歩目のかかと支持モードにて位置エネルギーが運動エネルギーに変換される量、そして κ_n は n 歩目の支持脚交代でのエネルギー損失の割合を表す係数で、 $0 < \kappa_n < 1$ である。

これに対し、足を持つモデルでは次式のようにになる。

$$\begin{aligned}
K_{n+1} &= \kappa_n(\kappa'_n(K_n + \Delta U_n) + \Delta U'_n) \\
&= \kappa_n \kappa'_n(K_n + \Delta U_n + \Delta U'_n / \kappa'_n)
\end{aligned} \quad (6)$$

ΔU_n と κ_n はコンパスモデルの場合と同じ意味である。 $\Delta U'_n$ は n 歩目のつま先支持モードで位置エネルギーが運動エネルギーに変換される量、 κ'_n は n 歩目の接地点移動でのエネルギー損失の割合を表す係数で、 $0 < \kappa'_n < 1$ である。ここで

$$a_n = \begin{cases} \kappa_n & (\text{コンパスモデル}) \\ \kappa_n \kappa'_n & (\text{足を持つモデル}) \end{cases} \quad (7)$$

$$b_n = \begin{cases} \Delta U_n & (\text{コンパスモデル}) \\ \Delta U_n + \Delta U'_n / \kappa'_n & (\text{足を持つモデル}) \end{cases} \quad (8)$$

と定義すると、両モデルの一步毎の運動エネルギーの変化は次式で表せる。

$$K_{n+1} = a_n(K_n + b_n) \quad (9)$$

a_n は衝突によって運動エネルギーが失われる割合を表すので、これをエネルギー損失率と呼ぶ。 b_n はかかと・つま先支持モードにおいて重力によって運動エネルギーが変化する量を表すので、これをエネルギー回復量と呼ぶ。

本論文では、2 足歩行ロボットの受動歩行運動を特徴付ける量として、運動エネルギー K_n 、エネルギー損失率 a_n 、エネルギー回復量 b_n に注目し、これらの量がコンパスモデルと足を持つモデルとでどのように異なるかを調べる。しかしながらこれらの量を具体的に求めるには数値シミュレーションに頼らざるを得ない。数値シミュレーションに基づいたコンパスモデルと足を持つモデルの比較は第 4 節で行う。その前に、次節では簡易化された 2 足歩行ロボットのモデルを導入することによって、両モデルの定性的な比較を行う。

3.2 簡易モデルでの解析

Fig. 3 に示すような簡易化された 2 足歩行ロボットを考える。簡易化の過程を以下に示す。

- (i) 股関節を所定の角度 ϕ で固定する
- (ii) 全質量は股関節に集中するものとし、これを m とおく

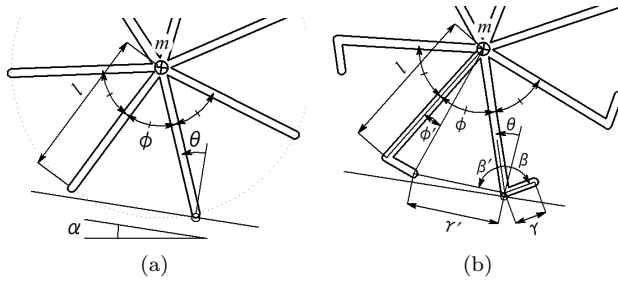


Fig. 3 (a) Simplified model of compass-like bipedal robot. (b) Simplified model of bipedal robot with linear feet.

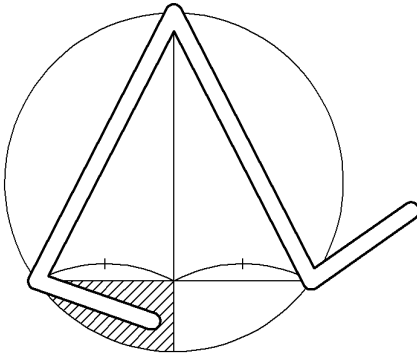


Fig. 4 Valid foot range.

- (iii) 支持脚の交代を持続的にできるようにするため、股関節を中心として脚を放射状に配置する

Fig. 3(a) は McGeer [1] が簡易解析のために導入した rimless wheel と同様のものである。これに対応して、(b) のような足を持つものを新たに導入する。図を見ると、足を付加することで形状が車輪に近づくことが分かる。これにより重心の軌道が滑らかになり、エネルギー効率が向上することが直感的にも期待される。

まず Fig. 3 のように \$\theta\$ を定義し、以下 \$\omega, x, x_n\$ を前節のモデルと同様に定義する。すると簡易モデルについても、前節で提示したモデルと同様、運動エネルギーの変化は式 (5)(6) で記述できる。加えて簡易モデルでは \$\Delta U_n, \kappa'_n, \Delta U'_n, \kappa_n, a_n, b_n\$ が状態 \$x_n\$ について定数となる（したがって、これ以降簡易モデルについてはこれらの記号の添え字 \$n\$ を省略する）。このことを以下に示す。

まず簡易コンパスモデルについて、一歩あたりの歩幅が \$2l \sin(\phi/2)\$ となることから

$$\Delta U = 2lg \sin(\phi/2) \sin \alpha \quad (10)$$

であり、支持脚交代前後の \$\omega\$ を \$\omega^-, \omega^+\$、同様に運動エネルギーをそれぞれ \$K^-, K^+\$ とおくと、角運動保存則 (式 (B.13)) より

$$m\omega^- l^2 \cos \phi = m\omega^+ l^2 \\ \omega^+ = \cos \phi \omega^-$$

$$K^+ = \frac{1}{2} m l^2 \omega^{+2} = \frac{1}{2} m l^2 (\cos \phi \omega^-)^2 = \cos^2 \phi K^- \\ \therefore \kappa = \cos^2 \phi \quad (11)$$

を得る。

次に足を持つ簡易モデルでは

$$\Delta U = mgl(\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta')) \quad (12)$$

$$\Delta U' = mg(\gamma + \gamma') \sin \alpha - \Delta U \quad (13)$$

$$\kappa' = \cos^2 \phi' \quad (14)$$

$$\kappa = \cos^2(\phi - \phi') \quad (15)$$

となる。ここで \$\beta', \gamma', \phi'\$ は Fig. 3(b) に示す部位の角度や長さであり、\$\beta, \gamma, \phi\$ を指定すれば一意に定まる。以上の結果を式 (7)(8) に代入すると、簡易モデルでのエネルギー損失率 \$a\$ およびエネルギー回復量 \$b\$ は以下のようにまとめられる。

$$a = \begin{cases} \cos^2 \phi & (\text{簡易コンパスモデル}) \\ \cos^2 \phi' \cos^2(\phi - \phi') & (\text{足を持つ簡易モデル}) \end{cases} \quad (16)$$

$$b = \begin{cases} 2lg \sin(\phi/2) \sin(\alpha) & (\text{簡易コンパスモデル}) \\ mg \left\{ (\gamma + \gamma') \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \phi'} - l \tan^2 \phi' (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta')) \right\} & (\text{足を持つ簡易モデル}) \end{cases} \quad (17)$$

従って、簡易モデルでの運動エネルギーの変化は、パラメータ \$\beta, \gamma, \phi\$ を決定すれば次のような一次の漸化式となる。

$$K_{n+1} = a(K_n + b) \quad (0 < a < 1) \quad (18)$$

$$K_n = (K_1 - \bar{K})a^{n-1} + \bar{K} \quad (19)$$

$$\bar{K} = K_\infty = \frac{ab}{1-a} \quad (20)$$

このように、簡易モデルでの運動エネルギーの変化は \$a, b\$ によって特徴付けられるということが分かる。\$K_1\$ から \$\bar{K}\$ に向かって、\$a\$ で決定されるスピードで指数関数的に収束する。また、\$a\$ が 1 に近く、\$b\$ が大きいほど \$\bar{K}\$ は大きくなる。

それでは簡易コンパスモデルと足を持つ簡易モデルとで \$a\$ と \$b\$ の値にどのような違いがあるかを調べて見よう。これ以降は各記号に関して、それがコンパスモデルに関するものならば右下に \$c\$ を、足を持つモデルに関するものならば \$f\$ を付すことでこれらを区別する。

[仮定 1]

足を持つ簡易モデルについて、足は Fig. 4 の斜線部に収まるとする。

[定理 1]

簡易コンパスモデルと足を持つ簡易モデルが、同一の角度 \$\phi \in (0, \pi/2)\$ を持ち、かつ足を持つ簡易モデルの \$\beta, \gamma\$ が仮定 1 を満たすとき、次の大小関係が成り立つ。

(i) \$a_c < a_f\$.

(ii) \$b_c < b_f\$.

(iii) \$\bar{K}_c < \bar{K}_f\$.

(証明)

(i) \$\phi'\$ の関数として \$f(\phi') = \cos^2 \phi' \cos^2(\phi - \phi')\$ を定義すると、

$$f(0) = f(\phi) = a_c$$

$0 < \phi < \pi/2$ ならば $f(\phi')$ は $\phi' = \phi/2$ において唯一つ極値を取り、これは極大値である。

(ii) 次式より得られる。

$$b_f = \Delta U_f + \Delta U'_f / \kappa'_f < \Delta U_f + \Delta U'_f < \Delta U_c = b_c \quad (21)$$

足が仮定 1 を満たすならば、 $\Delta U'_f > 0$ となる（証明は付録 C を参照）。これによって一つ目の不等式が成り立つ。また、同じく仮定 1 より、足を持つ簡易モデルの方がコンパス型簡易モデルよりも一歩あたりの移動距離が大きいので、二つ目の不等式が成り立つ。

(iii) (i), (ii) より明らか。

仮定 1 を設けるのは、足パラメータと路面傾斜角の組み合わせによっては $b_c \geq b_f$ となる場合があるからである。Fig. 4 の範囲に足パラメータを限定することで、任意の傾斜の下り坂 ($0 < \alpha < \pi/2$) において $b_c < b_f$ となることが保証できる。証明は付録 C を参照されたい。

上記の定理より、足を付加することによる特性の変化は以下のようにまとめられる。

[考察]

足を付加することで、

- (i) エネルギー損失率が減少する。このため定常歩行への収束の度合いが緩やかになる。
- (ii) エネルギー回復量が増大する。
- (iii) 定常歩行時の運動エネルギーが増大する。

次節では、元のモデルにおいてもこのような効果が起こるのか、また起こるのならどの程度の度合いなのかを数値シミュレーションにより定量的に検証する。

4. 元のモデルでの検証

4.1 足パラメータの設計

前節の結果に基づいて、元のモデルにおいても足を付けることによって簡易モデルと同様の変化が生じることを数値シミュレーションで確かめる。ところが、もとのモデルで検証するにあたって二つの問題が生じる。一つ目に、足パラメータが異なれば当然運動特性も異なるので、なんらかの評価基準のもとで良好な足パラメータを設計し、その上で両モデルを比較する必要がある。二つ目に、もし足パラメータが良好であったとしても、初期状態がリミットサイクルの収束域に無いと転倒してしまう。足パラメータが異なれば収束域も異なることが予想される。良好な足パラメータを探索するにあたって、足パラメータを変える度に、転倒しないように初期状態を試行錯誤的に調整するのは効率的な作業とはいえない。

そこで本論文では、モデル予測制御 [9] [10] の概念に基づく数値シミュレーションによる足パラメータの設計手法を提案する。

モデル予測制御 (Model Predictive Control) とは、各ステップにおいて、有限ステップ未来までの最適制御入力列を計算し、これの最初の 1 ステップ分のみを実際の制御入力として用いるものである。時間の進展と共に予測区間も進んでいくことから、Receding Horizon Control とも呼ばれる。

Table 1 Physical parameters

α [deg]	4.0
m_l [kg]	10.0
m_b [kg]	20.0
l [m]	1.0
w [m]	0.2

本手法は与えられた予測歩数 N_s に対して、毎歩ごとに、そこから N_s 歩の間転倒せず、かつ N_s 先のロボットの運動エネルギーを最大化する足パラメータを計算し、計算された足パラメータを実際に適用して一歩分の運動を計算する。このようにして、定常歩行状態に達した時点での足パラメータを最終的な出力とする。

本手法の流れを以下に示す。

```

Step 1:  $\mathbf{x}_1 \leftarrow \mathbf{x}_{init}; n \leftarrow 1$ 
Step 2:  $\xi_n \leftarrow \arg \min_{\xi \in \Xi} J(\mathbf{x}_n, \xi, N_s)$ 
Step 3:  $\mathbf{x}_{n+1} \leftarrow X(\mathbf{x}_n, \xi_n);$ 
        if ( $\|\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_n\| < \epsilon$ ) goto Step 4;
        else  $n \leftarrow n + 1$ ; goto Step 2;
Step 4: output  $\xi_n$ 

```

← は代入を意味する。 ξ_n は n 歩目の足パラメータである。

Step 1 ではロボットの初期状態を設定する。Step 2 では次の一歩のための足パラメータを計算・更新する。計算方法は、探索範囲 $\Xi = \{\xi : \beta \in [\beta_{min}, \beta_{max}], \gamma \in [\gamma_{min}, \gamma_{max}]\}$ をグリッド状に分割し、グリッドの全格子点について以下の評価関数を計算し、評価値が最小となる格子点での足パラメータを採用するというものである。評価関数は次のようなものである。

$$J(\mathbf{x}_n, \xi, N_s) = \begin{cases} -K(\mathbf{x}_n, \xi)_{N_s} & (N_w(\mathbf{x}_n, \xi) \geq N_s) \\ J_{penalty} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

$K(\mathbf{x}, \xi)_m$ は初期状態を $\mathbf{x}$ に設定し、足パラメータを ξ に固定したロボットの m 歩目の運動エネルギーを表す。 $N_w(\mathbf{x}, \xi)$ は歩行持続歩数であり、初期状態を $\mathbf{x}$ に設定し、足パラメータを ξ に固定したロボットが転倒するまでに歩く歩数を表す。

したがって、もし予測歩数 N_s 内で歩行を持続できるならば、 N_s 歩後のロボットの運動エネルギーの符号を反転した値が評価値となる。逆にもし予測歩数内で転倒してしまうならば、その足パラメータは採用されるべきでないで、評価値として十分な大きなペナルティを与える。

Step 3 では一歩分のロボットの運動を計算する。 $X(\mathbf{x}, \xi)$ は初期状態、足パラメータがそれぞれ $\mathbf{x}, \xi$ であるロボットの一步後の状態を返す関数である。もし定常歩行に達したと判断されたら、その時点の足パラメータを出力して終了する。そうでない場合は、定常歩行に達するまで Step 2 と Step 3 を繰り返し実行する。

歩行が過渡状態にある間は、Step 2 で計算される足パラメータは毎歩ごとに変化するが、定常歩行に達すると、足パラメータもある値に収束することが期待できる。

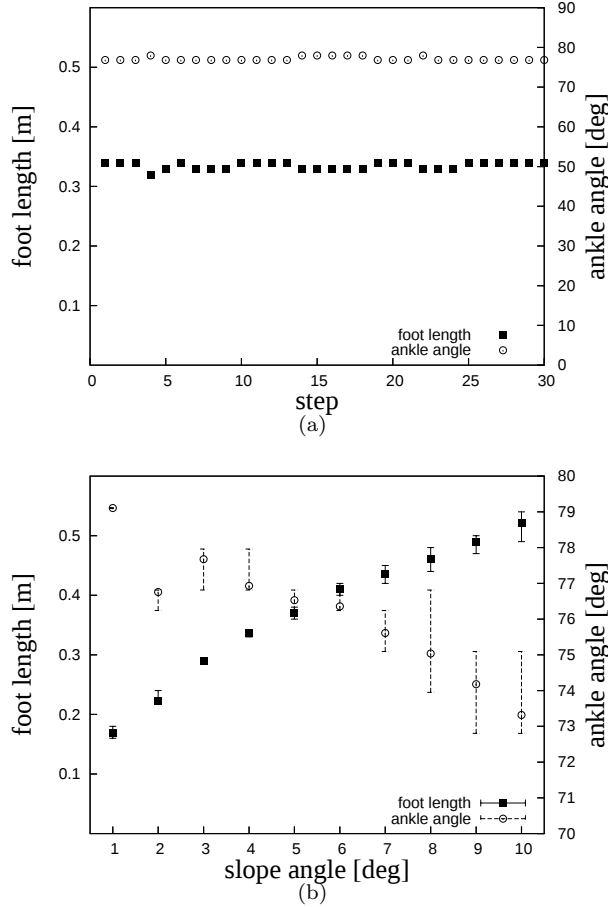


Fig. 5 Foot Parameters:
(a) change of foot parameters ($\alpha=4[\text{deg}]$).
(b) foot parameters in steady walking.

上記の手法で足パラメータを設計した結果を Fig. 5 に示す．予測歩数 N_s は 10 とした．また，物理パラメータは Table 1 のように設定した．

Fig. 5(a) は路面傾斜角 4 度の場合に，前述の設計手法でロボットが一歩歩く毎に足パラメータが変化していく様子を表したものである．歩行開始の時点からほぼ一定の値付近に収まっていることが分かる．このような結果となった原因は，一点目に，探索手法にグリッド分割による全探索を採用したこと，二点目に，評価関数を式 (22) のように定義し，かつ $N_s = 10$ とかなり長い歩数を採用しているため，歩行開始時の過渡応答の影響が現れないことが考えられる．

Fig. 5(b) は異なる路面傾斜角において設計された足パラメータの値をプロットしたものである．各プロット点は 20 歩から 30 歩までの平均値を，誤差棒の上端と下端はそれぞれ最大，最小値を表す．路面傾斜角度 α が増大するほど変動が激しくなるが，平均としては α の増大につれて足長は増大し，足首角度は減少することが見て取れる．

初期状態は固定して設計を行った．厳密には初期状態が異なれば収束するリミットサイクル及び足パラメータも異なる可能性は否定できない．しかしながら，数値シミュレーションによ

Table 2 Designed foot parameters

Ankle angle $\beta[\text{deg}]$	76.9
Foot length $\gamma[\text{m}]$	0.337

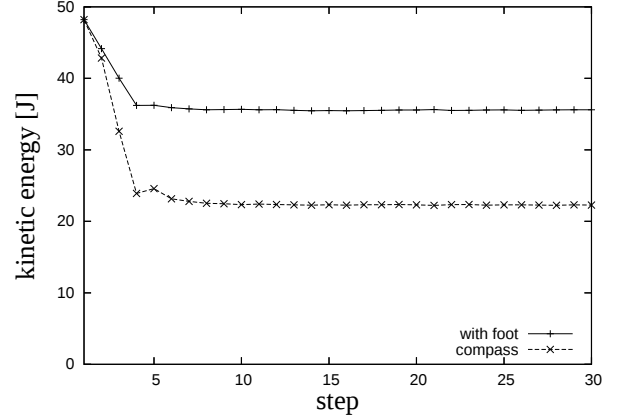


Fig. 6 Simulation Result

て様々な初期状態からスタートした場合の定常歩行を比較すると，少なくとも路面の傾斜が緩やかな範囲では，途中で転倒しない限り数値的に十分近いリミットサイクル，足パラメータに収束する．このことから，定常歩行時のエネルギー効率は初期状態に依存しないと考え，本研究では足パラメータの探索のみに集中した．

4.2 シミュレーション

前節で述べた手法を用いて設計した足を持つ 2 足歩行ロボットとコンパス型 2 足歩行ロボットとで，歩行の諸々の特性量にいかなる変化が生じるかを数値シミュレーションで実験した．物理パラメータは前節と同じく Table 1 のように設定した．足パラメータは，路面傾斜角 4 度の場合で前節の手法を用いて設計し，Table 2 の値に設定した．以下では歩行の全過程を通じて足パラメータを固定する．

Fig. 6 に，歩行の過程でロボットの運動エネルギーが変化していく様子を示す．同じ初期状態から歩行を開始したにもかかわらず，定常歩行に入った段階では足を持つロボットの方がコンパス型ロボットよりも 60% 程大きな運動エネルギーを持っている．

続いて Table 3 に，定常歩行時における運動エネルギーを初めとする諸量を示す．歩行周期は一步に要する時間，歩幅は一步で前進する距離，歩行スピードは歩行距離を歩行周期で割った値である．歩行スピードは，足を持つロボットの方がコンパス型ロボットを 30% ほど上回っている．股関節角度は，支持脚交代での値である．

エネルギー損失率 a およびエネルギー回復量 b は，式 (7)(8) の右辺を数値的に計算することにより得た．

さて，上記のデータと第 3.2 節の結果と比較すると，(ii)(iii) の効果はデータにも見られるが，(i) の効果はデータには見られない（エネルギー損失率は両モデルでほぼ同じ値となっている）．これは，本来支持脚交代時の股関節角度 ϕ は毎歩ごとに変化し得る量であるにもかかわらず，簡易モデルでは股関節角度 ϕ が状態に依存しない独立パラメータとして与えられていることによる．歩行周期の分岐現象が生じない比較的緩やかな斜面では，

Table 3 Simulation Result

	Kinetic energy K [J]	Walking speed[m/s]	Walking period[s]	Stride[m]	Hip joint angle ϕ [deg]
Point foot	22.3	1.01	0.47	0.47	27.5
Linear foot	35.6	1.35	0.51	0.69	40.1
	Energy dissipation a	Energy recovery b			
Point foot	0.74	7.78			
Linear foot	0.76	11.4			

定常歩行時において、ロボットの運動エネルギーが大きいほど支持脚交代時の股関節角度 ϕ は大きくなる傾向にある。また、式 (16)(17) より、 $0 < \phi < \pi/2$ の範囲では ϕ の増加に対して a は単調に減少し、 b は単調に増加する。Table 3 の Hip joint angle の項目を見ると、支持脚交代時の股関節角度は足を持つモデルの方がコンパスモデルを 40%程度上回っている。このため、簡易モデルでの予測と比べて a はより小さく、 b はより大きくなったと考えられる。このように定常歩行時のエネルギー損失率が両モデルでほぼ一致する現象は、 α が 4[deg] 以外の場合でも観察された。これは簡易モデルとは異なる性質であり、興味深い、その原因は分かっていない。

5. おわりに

足を持つ 2 足歩行ロボットに対して、主に運動エネルギーの変化に注目して、足を付与することによる特性の変化を考察した。まず、足を持つモデルとコンパスモデルの運動エネルギー変化を統一的に記述するために、エネルギー損失率とエネルギー回復量の概念を導入した。次に、これらが状態に依存しない定数となるようにモデルの単純化を行い、この簡易モデル上の解析により、足を持つことにより定常歩行時の運動エネルギーが増大することなどが定性的に示された。

単純化されていないモデルについても、足を持つモデルとコンパスモデルとを数値シミュレーションで比較した。その結果、定常歩行時の運動エネルギーの増大や、エネルギー回復量の増大が観測された。

比較的緩やかな斜面での 2 足受動歩行では、歩行の勢いが増すほど歩幅が増大する傾向がある。第 3.2 節で導入した簡易モデルは、股関節角度が固定されているためこのような性質が欠落しているという欠点を持つ。この意味では、この簡易モデルはいささか over simplification の感があるといわざるを得ない。しかしながら、エネルギー損失率やエネルギー回復量を単純な形で容易に導出できるのは大きなメリットである。

本論文では、足と地面との衝突のモデルとして完全非弾性衝突モデルを採用したが、これとは異なる定式化を行った場合に、今回の結果にどのような影響が現れるかについては今後の課題としたい。

人間の歩行では単脚支持期の後期にかかるとが浮き上がるのが普通である。本論文の結果は、このようなかかとの浮き上がり現象を積極的に利用して歩行に要するエネルギー消費量を低減するという、足要素の役割の新たな見方を示している。

参考文献

- [1] T. McGeer: "Passive Dynamic Walking," The International Journal of Robotics Research, Vol.9, No.2, pp.62-81, 1990.

- [2] A. Goswami: "A Study of the passive gait of a compass-like biped robot: symmetry and chaos," The International Journal of Robotics Research, Vol.17, No.12, 1998.
- [3] M. Garcia: "The Simplest Walking Model: Stability, Complexity, and Scaling," ASME Journal of Biomechanical Engineering, Vol.120, No.2, pp.281-288, April 1998.
- [4] J. W. Grizzle: "Asymptotically Stable Walking for Biped Robots: Analysis via Systems with Impulse Effects," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.46, No.1, 2001.
- [5] K. Ono: "Self-Excited Walking of a Biped Mechanism," The International Journal of Robotics Research, Vol.20, No.12, pp.953-966, 2001.
- [6] 浅野: "受動歩行を規範とした 2 足ロボットの歩容生成と制御", 日本ロボット学会誌, Vol.22, No.1, pp.130-139, 2004.
- [7] M. W. Spong: "Passivity Based Control of the Compass Gait Biped," Proc. IFAC World Congress, Beijing, China, B, pp.19-24, July, 5-9, 1999.
- [8] M. W. Whittle: "Gait Analysis: an introduction Third Edition," Butterworth Heinemann
- [9] F. Allgower, A. Zheng (Eds.): "Nonlinear Model Predictive Control," Birkhäuser, 2000.
- [10] 大塚: "非線形モデル予測制御の実時間アルゴリズムと機械系への応用", 第 32 回制御理論シンポジウム, pp.1-6, 2003.

付録 A. 切替方程式の導出

接地点移動および支持脚交代時に起こる状態変数のジャンプを記述する方程式を導出する。ジャンプ前後の状態変数を $x^- = (\theta^{-T}, \omega^{-T})$, $x^+ = (\theta^{+T}, \omega^{+T})$ とする。

状態変数のジャンプは、路面との衝突による速度の瞬間的な変化という物理的な要素と、状態変数の再割り当てという手続的な要素の二つからなる。

前者を記述する方程式を導出するために、まず静止座標系に対するロボットの接地点の位置を加えた一般化座標 $\theta_f = (x, y, \theta_1, \theta_2)^T$ を新たに定義し、対応する一般化速度を $\omega_f = (\dot{x}, \dot{y}, \omega_1, \omega_2)$ とおく。 $M_f(\theta_f)$ を、 θ_f に関するロボットの慣性行列とする。衝突の前後の ω_f をそれぞれ ω_f^- , ω_f^+ とおく。ここで $\omega_f^- = (0, 0, \omega^-)$ である。衝突の瞬間、衝突点（接地点移動では支持脚のつま先、支持脚交代では振り脚のかかと）においてロボットに作用する激力を F とすると、激力による瞬間的な速度変化は次式で表せる。

$$M_f(\theta_f)(\omega_f^+ - \omega_f^-) = J_I(\theta_f)^T F \quad (\text{A.1})$$

ここで $J_I(\theta_f)$ は一般化座標から衝突点の位置へのヤコビアンで、以下ようになる。

$$J_I = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \gamma & 0 \end{bmatrix} & (\text{接地点移動}) \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\hat{l} \cos \theta_1 & -l \cos \theta_2 \\ 0 & 1 & -\hat{l} \sin \theta_1 & l \sin \theta_2 \end{bmatrix} & (\text{支持脚交代}) \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

完全非弾性衝突の仮定より，衝突の直後に衝突点での速度は 0 となる．すなわち

$$J_I(\theta_f)\omega_f^+ = 0 \quad (\text{A.3})$$

式 (A.1)(A.3) より

$$\omega_f^+ = \Lambda \omega_f^- \quad (\text{A.4})$$

$$\Lambda = (1 - M_f^{-1} J_I^T (J_I M_f^{-1} J_I^T)^{-1} J_I) \quad (\text{A.5})$$

これが衝突による速度変化を表す方程式である．ここで 1 は 4×4 の単位行列を表す．

接地点移動では接地点が支持脚のかかとからつま先へ移動する．また支持脚交代では，接地点が支持脚のつま先から振り脚のかかとへと切り替わる．これを考慮すると

$$\omega^+ = \Phi \omega_f^+ = \Phi \Lambda \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega^- \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

となる．ここで

$$\Phi = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\gamma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & (\text{接地点移動}) \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} & (\text{支持脚交代}) \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

である．ここで $\Phi \Lambda$ の右側の 2×2 部分行列を Ψ_ω とおくと

$$\omega^+ = \Psi_\omega \omega^- \quad (\text{A.8})$$

θ の変化は次式で与えられる．

$$\theta^+ = \Psi_\theta \theta^- + \psi \quad (\text{A.9})$$

$$\Psi_\theta = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & (\text{接地点移動}) \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} & (\text{支持脚交代}) \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

$$\psi = \begin{cases} \begin{bmatrix} \phi' \\ 0 \end{bmatrix} & (\text{接地点移動}) \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \phi' \end{bmatrix} & (\text{支持脚交代}) \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

以上をまとめると次式が得られる．

$$x^+ = \begin{bmatrix} \Psi_\theta & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Psi_\omega \end{bmatrix} x^- + \begin{bmatrix} \psi \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

B. 平面上の角運動量保存則

平面上で運動する剛体を考える．剛体の質量 m は重心に集中しているものとする．剛体重心の位置ベクトルを $\mathbf{r}_g$ ，重心の速度を $\mathbf{v}$ ，剛体の瞬間回転中心の位置ベクトルを $\mathbf{r}_c$ ， $\mathbf{r}_c$ まわりの剛体の角速度を ω とすると，剛体の角運動量 P は次式で表せる．

$$\begin{aligned} L &= \mathbf{r}_g \times m \mathbf{v} = \mathbf{r}_g \times m \omega \begin{bmatrix} -r_{cy} + r_{gy} \\ r_{cx} - r_{gx} \end{bmatrix} \\ &= m \omega \left(\mathbf{r}_g \times \begin{bmatrix} -r_{gy} + r_{cy} \\ r_{gx} - r_{cx} \end{bmatrix} \right) \\ &= m \omega (r_{gx}(r_{gx} - r_{cx}) + r_{gy}(r_{gy} - r_{cy})) \\ &= m \omega \mathbf{r}_g \cdot (\mathbf{r}_g - \mathbf{r}_c) \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

C. 適正な足パラメータの範囲

簡易コンパスモデルと足を持つ簡易モデルのエネルギー回復量について， $b_f > b_c$ が成り立つための足パラメータに対する十分条件を導出する．式 (21) の一つ目の不等式が成り立つためには， $\Delta U' > 0$ となることが十分条件である．式 (13) を変形すると

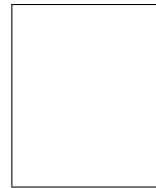
$$\Delta U' = mg [\{\gamma + \gamma' - l(\cos \beta + \cos \beta')\} \sin \alpha + l(\sin \beta - \sin \beta') \cos \alpha] \quad (\text{C.14})$$

となる． $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$ であることから，以下の二つの不等式が満たされることが， $\Delta U' > 0$ のための十分条件である．

$$\gamma + \gamma' > l(\cos \beta + \cos \beta') \quad (\text{C.15})$$

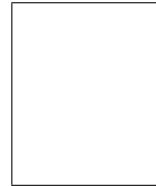
$$\sin \beta > \sin \beta' \quad (\text{C.16})$$

足が Fig. 4 の斜線部に収まっていれば上記の不等式条件が満たされることは，容易に確認できる．



田崎勇一 (Yuichi Tazaki)

1980 年 5 月 21 日生．2003 年 3 月東京工業大学工学部制御システム工学科卒業．同年 4 月同大学大学院情報理工学研究科情報環境学専攻修士課程進学，現在に至る．歩行ロボットの研究に従事．



井村順一 (Jun-ichi Imura)

1964 年 10 月 11 日生．92 年京都大学大学院工学研究科博士課程中途退学．同年，京都大学工学部助手．96 年広島大学工学部助教授．2001 年東京工業大学大学院情報理工学研究科助教授となり，現在に至る．98 年 5 月トエンテ大学客員研究員．非線形制御，ハイブリッドシステム論などの研究に従事．博士（工学）．IEEE，システム制御情報学会，日本ロボット学会などの会員．