

パネル分析

1. パネルデータとその意義

■ パネルデータとは

- Pooling Data ランダムなクロスセクションデータを異なる時点でプールしたもの
- Panel Data 同一主体のクロスセクションデータを異なる時点でプールしたもの
* t 時点で i 主体のデータが欠損しているものを Unbalanced Panel Data と呼ぶ。

■ その特長

- サンプルサイズ増大による自由度の増加
- 主体間異質性のコントロール
- 動学最適化や動学的調整問題等への応用分析

■ 問題点

- サンプル脱落 (Attrition) によるバイアス (Survival bias)
- 大標本理論への依拠

2. パネルデータのOLS推計

■ 基本式

$$Y_{it} = \alpha_i + \beta X_{it} + u_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T$$

- u_{it} は標準的仮定を満たすものとする。
- α_i は時点を通して共通の経済主体特有の効果 (個別効果; individual effect)
- 個別効果と説明変数との相関の有無によって分析手法が異なる。

A. $\text{Cov}(\alpha_i, X_{it}) \neq 0 \rightarrow$ 固定効果モデル (fixed effect model)

B. $\text{Cov}(\alpha_i, X_{it}) = 0 \rightarrow$ ランダム効果モデル (random effect model)

2.1 固定効果モデル (Fixed effect model)

- 個別効果を誤差項とすると、A のケースでは OLS 推定量の不偏性&一貫性×
→ 個別効果を各主体の定数項とみなす (これはダミー変数と同じ概念)。
- LSDV (Least Squares Dummy Variable model) と within-group model

$$Y_{it} = \sum \alpha_i D_i + \beta X_{it} + u_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T \quad \text{もしくは}$$

$$Y_{it} - \bar{Y}_i = \beta(X_{it} - \bar{X}_i) + u_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T \quad (1)$$

- 個別効果の有無の検定

$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_N \rightarrow$ 共通の定数項を持つモデル: 通常の OLS 推定

$H_1: \text{not } H_0 \rightarrow$ LSDV

- 時間固定効果

$$Y_{it} = \sum \alpha_t D_t + \beta X_{it} + u_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T$$

2.2 変動効果モデル (Random effect model)

- 個別効果を誤差項とすると、B のケースでは OLS 推定量の不偏性&一致性○
ただし個別効果の存在により、系列相関が発生 → 有効性×

$$\text{Cov}(\alpha_i + u_{it}, \alpha_i + u_{is}) = \text{Var}(\alpha_i) = \sigma_\alpha^2 \quad t \neq s$$

- したがってコ克蘭=オーカット法と同じような手順で推定する。

$$Y_{it} - \lambda \bar{Y}_i = \alpha(1 - \lambda) + \beta(X_{it} - \lambda \bar{X}_i) + (v_{it} - \lambda \bar{v}_i) \quad \text{where } v_{it} = \alpha_i + u_{it} \quad (2)$$

$$\lambda = 1 - [\sigma_u^2 / (T\sigma_\alpha^2 + \sigma_u^2)]^{1/2}$$

- $\lambda = 1$ のとき、(2)式→Fixed Effect (T もしくは σ_α^2 が増大するとき $\lambda \rightarrow 1$)
 $\lambda = 0$ のとき、(2)式→Pooled OLS (σ_α^2 が縮小するとき $\lambda \rightarrow 0$)
- 実際には λ の要素を推定する必要があるので、下記のように算出する。

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{1}{N(T-1)} \sum_i^N \sum_t^T (\hat{u}_{it} - \hat{u}_i)^2$$

$$\hat{\sigma}_\alpha^2 = \frac{1}{N-1} \sum_i^N (\hat{\alpha}_i - \bar{\alpha})^2$$

3. モデル選択

■ Wu-Hausman test

- $H_0: \text{Cov}(\alpha_i, X_{it}) = 0 \rightarrow \text{Random Effect } (\beta_{\text{RE}})$
 $H_1: \text{Cov}(\alpha_i, X_{it}) \neq 0 \rightarrow \text{Fixed Effect } (\beta_{\text{FE}})$
- 帰無仮説が正しいとき、 β_{RE} と β_{FE} は一致性を満たすので $\beta_{\text{RE}} - \beta_{\text{FE}} = 0$
対立仮説が正しいとき、 β_{FE} は一致性を持つが β_{RE} は持たないので $\beta_{\text{RE}} - \beta_{\text{FE}} \neq 0$
このとき $(\beta_{\text{RE}} - \beta_{\text{FE}})^2 / \text{Var}(\beta_{\text{RE}} - \beta_{\text{FE}})$ は自由度 k (説明変数の数) の χ^2 分布に従う