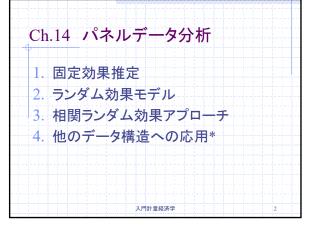
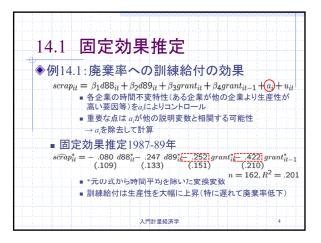
# パネルデータ分析 $y_{it} = \beta_0 + \beta_I x_{it1} + \ldots + \beta_k x_{itk} + a_i + u_{it}$ 2. Advanced



### 14.1 固定効果推定 ②固定効果推定Fixed effects estimation $y_{ii} = \beta_1 x_{it1} + \dots + \beta_k x_{itk} + (i) + u_{it}, \ i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T$ ■ $a_i$ : 固定効果/潜在的に説明変数と相関 $\bar{y}_i = \beta_1 \bar{x}_{it1} + \dots + \beta_k \bar{x}_{ik} + \bar{a}_i + \bar{u}_i$ ■ 各個人に対して時間平均で表した式 ③ [ $y_{it} - \bar{y}_{it}$ ] = $\beta_1$ [ $x_{it1} - \bar{x}_{it1}$ ] + $\dots + \beta_k$ [ $x_{itk} - \bar{x}_{ik}$ ] + [ $u_{it} - \bar{u}_{it}$ ] ■ 固定効果を除去: $a_i - \bar{a}_i = 0$ ■ time-demeaned equationをOLSで推定 ● 固定効果がないためOLS推定でも一致性 ● 横断面ユニット内の時間変化を利用して算出 ■ この推定量をwithin estimatorとも呼称



### ◆固定効果推定量について■ 元のモデルで強外生性の仮定が必要■ 変換式のR²は不適切■ 時間不変変数の効果は推定できない

14.1 固定効果推定

- \*ただし時間不変変数との交差項効果は推定可能(例: 教育と時間ダミーとの交差項)
- フルセットの時間ダミーを含む場合、時間変化一 定の変数の効果の推定不可能(例:経験年数)
- N個の平均値を使用するため自由度は要修正 ・修正自由度= NT-N-k

入門計量経済学

# 14.1 **固定効果推定**② ダミー変数の固定効果解釈 ■ 固定効果推定量は、元の回帰式の各個人をダミーで表したプールドOLS推定量と等しい $y_{it} = a_1 \frac{ind1_{it}}{indN_{it}} + a_2 \frac{ind2_{it}}{indN_{it}} + \dots + a_N \frac{indN_{it}}{indN_{it}} + \beta_1 x_{it1} + \dots + \beta_k x_{itk} + u_{it}$ ■ indN: 観測値が個人Nであれば1、そうでなければ0 ● 固定効果の推定後、固定効果は次のように推定可能 $\hat{a}_i = \bar{y}_i - \beta_1 \bar{x}_{i1} - \dots - \beta_k \bar{x}_{ik}, \ i = 1, \dots, N$ ■ $a_i$ :個人iの推定個人効果 ● ダミーの数が多く、自由度低下というデメリットも

### 14.1 固定効果推定

- ◆固定効果orl階階差?
  - T > 2の場合、両手法ともに使用可能
    - T = 2の場合、固定効果と1階階差は同一
    - ◆ T > 2の場合、古典的仮定下で固定効果はより効率的
    - ・深刻な系列相関(ランダムウォーク等)の場合、1階階 差がbetter
    - ◆ Tが非常に大きい(Nはそれほど大きくない)場合、パ ネルは顕著な時系列特性を有し、強依存性等の問題 ■ このような場合は、おそらく1階階差がbetter
    - 通常の場合、両方を計算し、頑健性チェックを推奨

入門計量経済学

### 14.2 ランダム効果モデル

- ◆ランダム効果モデルRandom effects models
  - $y_{it} = \beta_0 + \beta_1 x_{it1} + \ldots + \beta_k x_{itk} + (a_i) + u_{it}, i = 1, \ldots, N, t = 1, \ldots, T$ 
    - 個別効果はランダムと仮定/説明変数と無相関
    - ランダム効果仮定: Cov(x<sub>itj</sub>, a<sub>i</sub>) = 0, j = 1,2,...,k
    - 複合誤差項  $a_i + u_i$ は説明変数と無相関
    - ◆ ただし同じ個人 i の観測値に対して系列相関が発生  $Cov(a_i) + u_{it}, a_i) + u_{is} = Cov(a_i, a_i) = \sigma_a^2$ 
      - uに系列相関無しの仮定でも系列相関が発生
      - 例:賃金方程式において、ある個人の各期間の誤差項は観 察されない同じ能力を含む。したがって、複合誤差項はこの 個人に対して期間をまたいで相関

入門計量経済学

### 14.2 ランダム効果モデル

- ◆ランダム効果モデルの推定
  - Pooled OLSは一致推定値を算出
    - ランダム効果仮定の下で、説明変数は外生的
    - OLS使用の場合、ユニットiの系列相関のために標準 誤差の要修正(→クラスター化標準誤差)
    - また系列相関のため、OLSは非効率的
  - GLS仮定を満たすようにモデルを変換  $[y_{it} - \lambda \bar{y}_i] = \beta_1 [x_{it1} - \lambda \bar{x}_{i1}] + \ldots + \beta_k [x_{itk} - \lambda \bar{x}_{ik}]$ 
    - $+ [a_i \lambda \bar{a}_i + u_{it} \lambda \bar{u}_i]$ ■ 各変数はQuasi-demeaned dataに変換
    - 誤差項はGLS仮定を満たす

入門計量経済学

### 14.2 ランダム効果モデル

◆ランダム効果モデルの推定(続き)

with  $\lambda = 1 - \left[ \sigma_u^2 / (\sigma_u^2 + T \sigma_a^2) \right]^{1/2}$ ,  $0 \le \lambda \le 1$ 

- λは不明であるが、推定可能
- 推定λを用いたFGLSをランダム効果推定と呼称
- aがuより重要でない場合( $\lambda \rightarrow 0$ )、FGLSはpooled OLSに近づく
- aがuより重要な場合( $\lambda \rightarrow 1$ )、FGLSは固定効果 推定に近づく
- ■ランダム効果推定は時間不変変数にも有効

入門計量経済学

### 14.2 ランダム効果モデル

■ 例14.4:パネルデータと賃金方程式

 $\begin{array}{l} \log(wage_{it}) = \begin{array}{l} .092 \begin{array}{l} educ_{it} - .139 \begin{array}{l} black_{it} + .022 \end{array} \begin{array}{l} hispan_{it} \\ .011 \end{array} \\ + .106 \begin{array}{l} exper_{it} - .0047 \end{array} \begin{array}{l} exper_{it}^2 + .064 \end{array} \begin{array}{l} married_{it} \\ .015 \end{array} \\ + .106 \begin{array}{l} exper_{it} - .0047 \end{array} \begin{array}{l} exper_{it}^2 + .064 \end{array} \begin{array}{l} married_{it} \\ .015 \end{array} \\ + .106 \begin{array}{l} exper_{it} - .0047 \end{array} \begin{array}{l} exper_{it}^2 + .064 \end{array} \begin{array}{l} married_{it} \\ .015 \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} exper_{it} - .004 \end{array} \begin{array}{l} exper_{it}^2 + .064 \end{array} \begin{array}{l} exper_{it}^2 + .084 \end{array} \begin{array}{l} exper_{it}^2 + .08$ 

- 多くの変数が時間不変のためランダム効果推定
- ただしこの場合、ランダム効果仮定は現実的か?
- ◆ランダム効果or固定効果?
  - 経済学では、観察されない個別効果は説明変 数と相関するため、固定効果がより説得的

入門計量経済学

### 14.3 相関ランダム効果アプローチ

◆相関ランダム効果CREアプローチ

 $y_{it} = \beta_0 + \beta_1 x_{it1} + \ldots + \beta_k x_{itk} + a_i + u_{it}, i = 1, \ldots, N, t = 1, \ldots, T$ 

- 相関ランダム効果Correlated Random Effect, CRE  $(a_i) = \alpha + \gamma_1 \bar{x}_{i1} + \ldots + \gamma_k \bar{x}_{ik} + (r_i)$ 
  - 個別効果a<sub>i</sub>は、説明変数の時間平均に関連する部分と説明 変数に無相関な部分がに分割
- $\Rightarrow y_{it} = \beta_0 + \alpha + \beta_1 x_{it1} + \ldots + \beta_k x_{itk} + \gamma_1 \bar{x}_{i1} + \cdots + \gamma_k \bar{x}_{ik} + [r_i + u_{it}]$ 
  - ■このモデルは、無相関ランダム効果」と時間平均の追加説明変数を有する通常のランダム効果モデル
  - このモデルでは、説明変数の係数推定値は固定効果推定値と等しくなる と等しくなる
  - 利点:①FE対(普通の)REの検定可能、②時間不変変数の 組込み可能

入門計量経済学

### 14.4 他のデータ構造への応用

- ◆他のデータ構造への応用
  - パネルデータ手法は観察されない一定効果を除 去すべき場合にも使用可能
  - 例:双子の賃金
    - 家庭 i の双子1
    - $\log(wage_{i1}) = \beta_0 + \beta_1 educ_{i1} + \ldots + a_i + u_{i1}$
    - \* 家庭 i の双子2
    - $\log(wage_{i2}) = \beta_0 + \beta_1 educ_{i2} + \ldots + a_i + u_{i2}$
    - =  $a: xy Z つ間で共通かつ観察されない遺伝的・家族的特徴 <math>\Rightarrow \Delta \log(wage_i) = \beta_1 \Delta e due_i + \ldots + \Delta u_i$  = 差分式をOLSで推定

入門計量経済学