

6 F 検定と構造変化検定

6.1 F 検定の考え方

・基本モデル
$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \gamma_2 Z_{2i} + \gamma_3 Z_{3i} + u_i \quad (6.1')$$

・仮説
$$H_0 : \gamma_2 = \gamma_3 = 0 \quad (6.2')$$

$H_1 : \text{not } H_0$ (γ_2, γ_3 の少なくともひとつが 0 でない)

・F 値 ① H_0 を満たすモデルを作成し、推定

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + v_i \quad (6.3')$$

②元のモデルと制約モデルの残差、あるいは決定係数から F 値を計算

$$F = \frac{(\sum \hat{v}_i^2 - \sum \hat{u}_i^2)/2}{\sum \hat{u}_i^2/(n-5)} = \frac{(R_1^2 - R_0^2)/2}{(1 - R_1^2)/(n-5)} \quad (6.4') \quad (6.6')$$

・一般形
$$F = \frac{(\sum \hat{v}_i^2 - \sum \hat{u}_i^2)/G}{\sum \hat{u}_i^2/(n-k)} = \frac{(R_1^2 - R_0^2)/G}{(1 - R_1^2)/(n-k)} \quad (6.4) \quad (6.6)$$

$$= \frac{(SSR_r - SSR_{ur})/G}{SSR_{ur}/(n-k)} = \frac{(R_{ur}^2 - R_r^2)/G}{(1 - R_{ur}^2)/(n-k)}$$

$G =$ 制約の数、 $n-k =$ 自由度 (n : サンプルサイズ、 k : 係数の数)

* R^2 を用いた公式は、帰無仮説、対立仮説の非説明変数が同じときのみ有効

・例
$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i \quad (6.1)$$

$$H_0 : \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : H_0 \text{ ではない} \quad (6.7)$$

*多くの計算ソフトで自動算出される F 値は、この仮説のもとで算出

$$F = \frac{(SST - SSR)/(k-1)}{SSR/(n-k)} = \frac{R^2/(k-1)}{(1 - R^2)/(n-k)} \quad (6.9)$$

6.2 線型制約検定

・基本モデル
$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{4i} + \beta_5 X_{5i} + u_i \quad (6.10)$$

・制約例 1
$$H_0 : \beta_2 = 5, \beta_3 = 1 \quad H_1 : H_0 \text{ ではない} \quad (6.11')$$

$$\rightarrow Y_i - 5X_{2i} - X_{3i} = \beta_1 + \beta_4 X_{4i} + \beta_5 X_{5i} + v_i \quad (6.13')$$

*(6.10)と(6.13)の被説明変数が異なるため、 R^2 を用いた F 値は計算不可

・制約例 2
$$H_0 : \beta_2 = \beta_3, \beta_4 = -\beta_5 \quad H_1 : H_0 \text{ ではない} \quad (6.14)$$

$$\rightarrow Y_i = \beta_1 + \beta_2(X_{2i} + X_{3i}) + \beta_4(X_{4i} - X_{5i}) + v_i \quad (6.15)$$

6.3 構造変化の検定

・構造変化検定 (前期) $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + u_{1i} \quad \rightarrow \quad Y_i = 1.1 + 0.8 X_{2i}$

(後期) $Y_i = \gamma_1 + \gamma_2 X_{2i} + u_{2i} \quad \rightarrow \quad Y_i = 1.2 + 0.5 X_{2i}$

・制約 $H_0 : \beta_1 = \gamma_1, \beta_2 = \gamma_2 \quad (6.19')$

$\rightarrow$ (全期間) $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + v_i \quad (6.20')$

$$F = \frac{(\sum \hat{v}_i^2 - \sum \hat{u}_{1i}^2 - \sum \hat{u}_{2i}^2)/2}{(\sum \hat{u}_{1i}^2 + \sum \hat{u}_{2i}^2)/(n-4)} \quad (6.24')$$

・ダミー使用 $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \gamma_1 D_i + \gamma_2 D_i X_{2i} + u_i \quad (6.26')$

$H_0 : \gamma_1 = 0, \gamma_2 = 0 \quad (6.27')$

*したがって制約式は(6.20')と同一

$$F = \frac{(\sum \hat{v}_i^2 - \sum \hat{u}_i^2)/2}{\sum \hat{u}_i^2/(n-4)}$$

*F 検定と t 検定の関係 $t^2(n-k) = F(1, n-k)$ (カッコ内は自由度)