

5 モデルの関数型と特殊な変数

5.1 モデルの関数型

- 線型モデル
$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i \quad (5.1)$$

- 準線型モデル 散布図などでの確認が重要

逆関数
$$\dot{W}_i = \alpha + \beta \frac{1}{UN_i} + u_i \quad (5.4)$$

2次関数
$$AC_i = \beta_1 + \beta_2 Q_i + \beta_3 Q_i^2 + u_i \quad (5.8)$$

最適値
$$Q^* = \left| \hat{\beta}_2 / (2\hat{\beta}_3) \right|$$

対数線型モデル
$$Q_i = AL_i^\alpha K_i^\beta \exp(u_i) \quad (5.13)'$$

$$\rightarrow \ln Q_i = \ln A + \alpha \ln L_i + \beta \ln K_i + u_i \quad (5.14)'$$

弾力性
$$\frac{\partial \ln Q}{\partial \ln L} = \frac{\partial \ln Q}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial \ln L} = \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{L}{1} = \frac{\partial Q/Q}{\partial L/L} = \alpha$$

交差項
$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{2i} X_{3i} + u_i$$

$$\rightarrow \frac{\partial Y}{\partial X_2} = \beta_2 + \beta_4 X_3$$

- 非線形モデル
$$Q_i = AL_i^\alpha K_i^\beta + u_i \quad (5.19)'$$

- 定式化の誤り

5.2 ダミー変数

- 一時的ダミー
$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 D_i + u_i \quad (5.23)$$

- 定数項ダミー

- 季節ダミー
$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \gamma_1 Q_{1i} + \gamma_2 Q_{2i} + \gamma_3 Q_{3i} + u_i \quad (5.34)$$

- 係数ダミー
$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 D_i X_{2i} + u_i \quad (5.39)$$

5.3 トレンド変数

- 代理変数 (proxy)

- トレンド変数
$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 trend_i + u_i \quad (5.40)$$

(参考)

■ 対数線形モデルについて

Summary of Logarithm Functional Forms

Model	Dependent Variable	Independent Variable	Interpretation of β
level-level	y	x	$\partial y / \partial x$
level-log	y	$\ln(x)$	$\partial y / (\partial x / x)$
log-level	$\ln(y)$	x	$(\partial y / y) / \partial x$
log-log	$\ln(y)$	$\ln(x)$	$(\partial y / y) / (\partial x / x)$

■ 単位について

Effects of Data Scaling

Independent	Dependent	y	cy	y
x_1		$\beta_1 (se_1)$	$c\beta_1 (c*se_1)$	—
dx_1		—	—	$\beta_1/d (se_1/d)$
x_2		$\beta_2 (se_2)$	$c\beta_2 (c*se_2)$	$\beta_2 (se_2)$
Intercept		$\beta_0 (se_0)$	$c\beta_0 (c*se_0)$	$\beta_0 (se_0)$
R-squared		R^2	R^2	R^2
SSR		SSR	c^2*SSR	SSR

*Standard errors in parentheses

- x_j が d 倍されたのであれば、その係数は $1/d$ 倍となる。
 - Y が c 倍されたのであれば、すべての OLS 係数は c 倍となる。
 - t や F 統計量は、単位変更による影響を受けない。
 - 変数が対数形であった場合には、その係数は単位変更による影響を受けない。
- したがって、係数の大小で変数の重要性は判断できない。(→ Beta Coefficients)

■ 過剰定式化の問題点 Ceteris Paribus Interpretation

➤ 例 1 : マンション価格

- basic idea マンション価格 ← 部屋数 (bdrms)、専有面積 (sqft)、etc.
- model $price = \beta_0 + \beta_1 bdrms + \beta_2 sqft + \dots$
- β_1 の解釈 専有面積を一定としたときの部屋数増による価格変化
→ 1 部屋あたり面積が縮小するときの価格変化

➤ 例 2 : アメリカにおける州別酒税の交通事故死者数への影響

- basic idea 高い酒税 → 酒消費減少 & 飲酒運転減少 → 交通事故死者数減少
- model $fatalities = \beta_0 + \beta_1 tax + \beta_2 alc_cons + \dots$
- β_1 の解釈 酒消費を一定としたときの酒税増加による交通事故死者数変動
 β_1 — 酒税増加による間接効果のみ検出