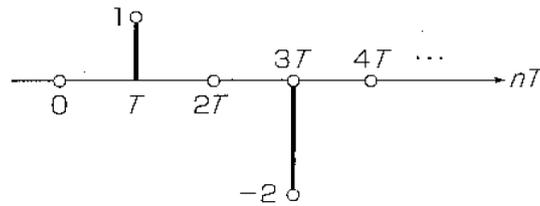
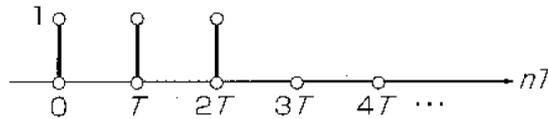


問題 1 の解答 教科書 2.1.1 節を参照のこと



(a) $x_1(nT)$



(b) $x_2(nT)$

問題 2 の解答

(1) 教科書 112 ページ (5.29) および (5.30) 式

(2) 教科書 113 ページの $N = 4$ の場合を参考にしてください。以下では結果のみを示す。回転子を用いると離散フーリエ変換は

$$\mathbf{x} = [x(0), x(1), x(2), x(3), x(4), x(5), x(6), x(7)]$$

$$\mathbf{X} = [X(0), X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6), X(7)]$$

として

$$\mathbf{X} = \mathbf{x} \mathbf{W}_N^H$$

で表記される。 $N = 8$ であることから、回転子は以下の性質を持つことに注意しよう。

$$\begin{aligned} W_8^0 &= 1, & W_8^2 &= -j, & W_8^4 &= -W_8^0, \\ W_8^5 &= -W_8^1, & W_8^6 &= j, & W_8^7 &= -W_8^3 \\ W_8^m &= W_8^{m+8p}, & W_8^m &= -W_{m+8p+4} & (m, p : integer) \\ (W_8^5)^* &= W_8^3, & (W_8^7)^* &= W_8^1 \end{aligned}$$

これらの性質を利用すれば、マトリクス W_N^H は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & W_8^3 & -j & W_8^1 & -1 & -W_8^3 & j & -W_8^1 \\ 1 & -j & -1 & j & 1 & -j & -1 & j \\ 1 & W_8^1 & j & W_8^3 & -1 & -W_8^1 & -j & -W_8^3 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -W_8^3 & -j & -W_8^1 & -1 & W_8^3 & j & W_8^1 \\ 1 & j & -1 & -j & 1 & j & -1 & -j \\ 1 & -W_8^1 & j & -W_8^3 & -1 & W_8^1 & -j & W_8^3 \end{bmatrix}$$

(3) 教科書 115 および 116 ページの図 5.4 にあるとおり高速フーリエ変換は $(i-1)$ 回の分解を行い、各段において $N/2$ 回の複素乗算を実行する。したがって、総乗算回数は

$$\frac{N}{2}(i-1) = \frac{N}{2} \log_2 N$$

回の複素乗算となる。一方離散フーリエ変換を実行するならば、教科書 113 ページの (5.36) にあるように N^2 回の複素乗算が必要である。つまり

$$\frac{N}{2} \log_2 N \ll N^2$$

であれば計算効率が上がっていることになる。いったいどれぐらいの効果があるのか、例えば EXCEL を用いて具体的な数字を代入して確認すること。データ長が長いほど驚くべき効果があることがわかるはず。たとえば、 $N = 2^{12} = 4096$ の場合 DFT が 16777216 回の演算に対し、FFT では 24576 回、すなわち約 683 倍の速さとなる。

問題 3 の解答 (1)

$$y(nT) = h_0x(nT) + h_1x(nT - T) + h_2x(nT - 2T) + h_3x(nT - 3T) \\ + \cdots + h_{M-1}x(nT - MT)$$

(2)

$$h(nT) = \begin{cases} h_n & (n = 0, 1, \dots, M-1) \\ 0 & (\text{Otherwise}) \end{cases}$$

(3)

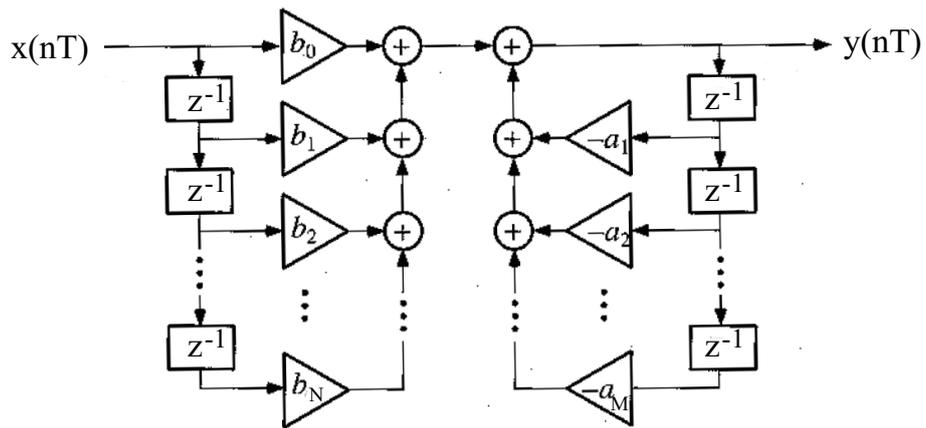
$$y(0) = \sum_{k=0}^1 x(0 - kT)h(kT) = x(0)h(0) = 1$$

$$y(T) = \sum_{k=0}^1 x(T - kT)h(kT) = x(T)h(0) + x(0)h(T) = 4$$

$$y(2T) = \sum_{k=0}^1 x(2T - kT)h(kT) = x(2T)h(0) + x(T)h(T) = 7$$

$$y(3T) = \sum_{k=0}^1 x(3T - kT)h(kT) = x(2T)h(T) = 6$$

問題 4 の解答



回路図の例

問題 5 の解答

教科書 120 ページ参照