

真理論講義 1 Tarski の真理論

黒川英徳

2015 年 8 月 19 日

Contents

講義 1 : 真理に関する Tarski の定理と型付きの真理述語

- 1.1 真理述語に関する問題提起 : Tarski の定理
- 1.2 型付き真理述語の明示的定義—言語を制限 (1)
- 1.3 型付き真理述語に関する理論の公理化—言語を制限 (2)

講義 2 : Kripke の真理論 : 型をもたない真理論 (1)

- 2.1 Kripke の基本的な着想 (非古典論理 / 型をもたない真理)
- 2.2 Kripke の真理論 — 不動点による意味論
- 2.2 Kripke の真理論の公理化 — Kripke-Feferman の公理系

講義 3 : 真理から様相へ : 型をもたない真理論 (2)

- 3.1 知者のパラドックス・様相述語・有限公理化不可能性
- 3.2 真理の改訂理論 — (有限回の改訂を含む) 意味論的理論
- 3.3 Friedman-Sheard の公理系と真理の改訂理論

1.1 真理に関する問題提起：真理論の目的

i) 何をするのか？

－ 「真理とは何か」という問題は大きすぎる．

「真理述語」の論理的振る舞いについて議論する．

cf. 「否定」とは何かを論じるのは難しいが、
真理表のようなものがあればとりあえず
「否定」の論理的振る舞いについて語れる．

真理は述語として扱われるところが特別．

真理論の対象 (1)

ii) これはどのような述語なのか？

どのような性質を充たす述語ならば、「真理述語」であると言えるのか？

例：文が真であるのは，それが存在する事態を表示するときである（Tarski 1944）．

「存在する事態」とは何かを正確に述べるのは困難である．

真理論の対象 (2)

Tarski の提案: 真であると述べられる文そのものを文が真であるための条件を記述するために使うこと .

例 : 「雪が白い」が真であるのは , 雪が白いときかつそのときのみである .

こうした文をある言語の文すべてについて考えれば , それらはその言語における「真である」という述語の振る舞いを十分に記述していると言える .

この考え方を批判するならば , 別の代案を出すべき .

真理論の対象 (3)

ここで求められている定義は，新しい観念を指示するために，すでに通用している語に対して改めて意味を特定することを目指しているのではない．その反対に，古くからある観念の実際の意味を捉えることを目指しているのである．得られた定義が実際にこのことに成功しているか否かが，誰にでも判定できるほどに，この観念が精確に規定される必要がある（Tarski 1944，邦訳 p.55）

cf. Church's Thesis

真理を論じる理由 (1)

iii) なぜこのような述語が必要とされるのか？

次のような言明（いわゆる意味論的概念についての言明）を「形式言語」において表現する必要は確かにありそう．

- 1) すべての文は真か偽かである（二値原理）．
- 2) PA で証明可能な文はすべて真である．

真理を論じる理由 (2)

他にも「真である」という述語が必要とされる文脈というのは論理学には幾らでも存在するように見える。

(意味論的帰結関係 ($\models \varphi$) などのもその一つ。
ただし、その正確が表現のためには「真である」ではなく「ある構造 (あるいはモデル) において真である」という述語が必要。
この話は「(実際に) 真であること」(truth simpliciter) の話の後に来るので、今回はこの話は飛ばす。)

では、上での記述に則って「真理述語」を算術を含む形式言語に導入したらどうなるだろうか？

何が問題なのか (1)

1) ゲーデル文： $\gamma \leftrightarrow \neg \text{Pr}_{PA}(\overline{\ulcorner \gamma \urcorner})$ については，普通

PA が無矛盾ならば，i) 直観的に真であるが，ii) $PA \vdash \gamma$.

(あるいは，PA が ω -無矛盾ならば，i) $PA \not\vdash \gamma$ ，ii) $PA \not\vdash \neg \gamma$)

2) 可証性述語 $Pr()$ を真理述語 $T()$ に変えたらどうなる？

何が問題なのか？(2)

$$1)' : \psi \leftrightarrow \neg T(\ulcorner \psi \urcorner)$$

- 「真である」という述語を算術の言語 $\mathcal{L}$ に加えて， $\mathcal{L}_T$ を考える．
- このとき，ゲーデル・コーディング，代入操作，等も加えておく．

そうすると，この拡張された言語において，対角化定理を用いると，

$$(1) \quad Q \vdash \psi \leftrightarrow \neg T(\ulcorner \psi \urcorner)$$

何が問題なのか？ (3)

しかしながら，この述語は上述の直観的な条件を充たす述語である．

従って，

$$(2) \mathcal{L}_T \text{ の任意の文 } \varphi \text{ について， } T(\ulcorner \varphi \urcorner) \leftrightarrow \varphi$$

が成り立たなければならない．

(これを naive T-schema と呼んでおく．)

何が問題なのか？(4): Tarski の定理

これらの条件から次の定理が導かれる．

定理 (Tarski 1936)

Q を Robinson の算術体系 Q とする．

このとき，言語 $\mathcal{L}_T$ で定式化された，

$Q \cup \{T(\ulcorner \varphi \urcorner) \leftrightarrow \varphi \mid \varphi \in \mathcal{L}_T\}$ を含むいかなる形式体系（理論）も矛盾する．

ここでの意図は勿論，古典論理に基づく形式体系，あるいは理論という意味であるが，この定理自体は直観主義論理に基づく形式体系（理論）でも成り立つ（対角化定理の成り立つ体系であればよい）．

定理の証明

- | | |
|---|-----------------|
| 1. $\neg T(\ulcorner \psi \urcorner) \rightarrow \psi$ | (1) |
| 2. $T(\ulcorner \psi \urcorner) \rightarrow \psi$ | (2) |
| 3. $\neg \psi \rightarrow \neg T(\ulcorner \psi \urcorner)$ | 2, CPC (IPC) |
| 4. $\neg \psi \rightarrow \psi$ | 1, 3, CPC (IPC) |
| 5. $\neg \neg \psi$ | 4, CPC (IPC) |
| 6. $\neg \neg \psi \rightarrow \neg \neg T(\ulcorner \psi \urcorner)$ | (2), CPC (IPC) |
| 7. $\neg \neg \psi \rightarrow \neg T(\ulcorner \psi \urcorner)$ | (1), CPC (IPC) |
| 8. $\neg \neg T(\ulcorner \psi \urcorner)$ | 5, 6, CPC (IPC) |
| 9. $\neg T(\ulcorner \psi \urcorner)$ | 5, 7, CPC (IPC) |
| 10. $\perp$ | 8, 9, CPC (IPC) |

Note: この導出には直観主義論理しか使われていない。

何が問題なのか？(5) この定理の意義

これは極めて弱い算術であっても、「真である」という述語を付加すると矛盾が起こることを意味している．

つまり，

- i) 上で述べたような真理述語を使用する表現を形式的に扱うような言語を作ろうとした場合，
- ii) 不用意に真理述語を形式言語の中に導入すると，

そうした試みは極めて弱い理論において既に失敗せざるを得ないということを示している．

何が問題なのか？(5) この定理の意義（続き）

- これは，古くから知られている「この文は偽である」という「嘘つきのパラドックス」から得られる矛盾と類似の矛盾
- ただし，ここではいわゆる「嘘つき文」が算術の体系において対角化定理を用いて表現されている．
- 真理に関する原理 (2)，つまり naive T-schema が，直観的に正しいと思われる真理についての原理と思われるという限りにおいて，やはり「パラドックス」と呼ぶに値する．

（「パラドックス」が起こるのは，大雑把に言うと，矛盾が起こるが，どの前提が間違っているのかを容易には特定し難いという状況においてであると言える．）

パラドックスに対する様々な対処の仕方 (1)

A. 我々の持つ真理の概念は矛盾をはらんでいることを受け入れる.

B. 「矛盾」を導く真理概念は拒否し, 無矛盾な真理概念を探究すべき

パラドックスに対する様々な対処の仕方 (2)

- パラドックスの原因の候補：

- i) 古典論理（直観主義論理）
- ii) 算術の体系 Q の公理
- iii) 対角化定理を真理述語 $T(\cdot)$ に拡張すること
- iv) naive T-schema

- 3 つに絞る．

B1) 無制約な形式言語の使用に問題がある．従って言語を制限する．

B2) 真理に関する公理，推論規則 (iv) に問題がある．従って，それを制限する．

B3) 真理の理論を定式化する論理 (i) に問題がある．従って，論理を改訂する．

これからの講義全体の outline

- 講義 1 B1 の 代表として Tarski 自身の真理定義 (1.2)
 またそれに基づいた公理的真理論 (1.3)
- 講義 2 B3 の代表として , Kripke の真理論
 2.2 意味論的な理論
 2.3 Kripke の真理論の公理化
- 講義 3 B2 の例 . Montague , Myhill のパラドックス (3.1)
 B2 の別の例 . Friedman-Sheard の公理的真理論 (3.3)
 3.2 においては「真理の改訂理論」について議論する .
- (講義 3 のもう一つの目的は , 真理述語に制約を加えた結果得られる「様相述語」について議論すること .)

1.2 型付き真理述語の明示的定義：真理定義に関する Tarski の議論 (1)

- 対象言語とメタ言語の区別
- 「形式的に正しく実質的に十全な」真理の定義

1.2 型付き真理述語の明示的定義：真理定義に関する Tarski の議論 (2)

- 1) 「形式的に正しい」という条件：対象言語とメタ言語の区別によって，矛盾がなくなる
- 2) 「実質的に十全な (materially adequate)」：これは次のようになる．

規約 T 対象言語 $\mathcal{L}$ のすべての文 φ について，
 $T(\ulcorner \varphi \urcorner) \leftrightarrow \varphi$ を導出できる．

$T(\ulcorner \varphi \urcorner) \leftrightarrow \varphi$ の各々の例は T-文と呼ばれる．
また，Tarski はこれらを $\mathcal{L}$ に関する真理述語の部分定義 (partial definition) と呼んでいる．

Tarski による真理の明示的定義 (1) : 明示的定義とは？

- 明示的定義というのは一般に，定義項の中に被定義項が現れないという条件を充たす定義である．
- そのため，真理の明示的定義は次の条件を充たさねばならない．

真理の明示的定義は，意味論的な語を含まないメタ言語の式 $\tau(x)$ による，定義 $\forall x(T(x) \leftrightarrow \tau(x))$ が規約 T の意味で実質的に十全な真理の定義になるという条件を充たす．

Tarski による真理の明示的定義 (2) : 「表示する」という述語の定義

- 言語 $\mathcal{L}$ における「 x は y を表示する」(x denotes y) という述語の明示的定義 .

ここで , $S, +, \cdot$ については次の条件が成り立つものとする .

1. $S(\ulcorner t \urcorner) = \ulcorner S(t) \urcorner$.
2. $\ulcorner t \urcorner + \ulcorner s \urcorner = \ulcorner t + s \urcorner$.
3. $\ulcorner t \urcorner \cdot \ulcorner s \urcorner = \ulcorner t \cdot s \urcorner$.

$D(x, y) =_{df.} \exists Q$ (Q は順序対の有限集合である $\wedge$
 $\forall v \forall w (\langle v, w \rangle \in Q \rightarrow (v \text{ は閉項である } \wedge (v = \ulcorner 0 \urcorner \wedge w = 0))$
 $\vee \exists t \exists u (\langle t, u \rangle \in Q \wedge v = S(t) \wedge w = S(u))$
 $\vee \exists q \exists r \exists t \exists u (\langle q, r \rangle \in Q \wedge \langle t, u \rangle \in Q \wedge v = q + t \wedge w = r + u)$
 $\vee \exists q \exists r \exists t \exists u (\langle q, r \rangle \in Q \wedge \langle t, u \rangle \in Q \wedge v = q \cdot t \wedge w =$
 $r \cdot u))) \wedge \langle x, y \rangle \in Q$).

真理の明示的定義 (3) : 真理定義

この $D(x, y)$ を使って, 真理述語 $T(x)$ は次のように明示的に定義される. ($Sent(x)$ とは「 x は $\mathcal{L}$ の文である」, $Cltm(x)$ とは「 x は $\mathcal{L}$ の閉項である」という述語.)

まず以下の式を $\gamma(R)$ と呼ぶことにする.

$((\forall y R(y) \rightarrow y \text{ は 1 階の言語の文}) \wedge$

$\forall y \forall z (y, z \text{ が閉項である}$

$\rightarrow (R(y = z) \leftrightarrow \exists v \exists w (D(y, v) \wedge D(z, w) \wedge v = w))) \wedge$

$\forall y \forall z (Sent(y) \wedge Sent(z) \rightarrow (R(y \vee z) \leftrightarrow (R(y) \vee R(z)))) \wedge$

$\forall y (Sent(y) \rightarrow (R(\neg y) \leftrightarrow (\neg R(y)))) \wedge$

$\forall v (Var(v) \rightarrow \forall y (R(\exists v y) \leftrightarrow \exists Cltm(t) (R(y(v/t)))))$

真理の明示的定義 (4)

一階算術の言語 $\mathcal{L}$ に関する真理述語 $T(x)$ は次のように明示的に定義される．

$$T(x) \leftrightarrow \forall R(\gamma(R) \rightarrow R(x)) \quad (\leftrightarrow \exists R(\gamma(R) \wedge R(x)))$$

- 定義項に T は現れていない．故に，明示的定義である．
- $\forall, \exists$ のどちらによる定義も同値になる．

規約 T の充足

定理（規約 T の充足）

算術の言語 $\mathcal{L}$ のいかなる文 φ についても，この定義の下で 2 階算術から，

$$T(\ulcorner \varphi \urcorner) \leftrightarrow \varphi$$

が導出できる.

型付きの真理論と真理の有限階層

- Tarski が真理述語を導入しながら，矛盾を避けることができた理由の本質は，対象言語・メタ言語の区別にあった．
- Tarski により導入された，対象言語・メタ言語の区別は容易に有限回の反復にまで拡張できる．

$\mathcal{L}_0$ (= 算術の言語) についての真理定義を $\mathcal{L}_1$ において， $\mathcal{L}_1$ についての真理定義を $\mathcal{L}_2$ において与え，これを一般の場合に拡張．

一般に有限の場合には $\mathcal{L}_n$ についての真理定義は $\mathcal{L}_{n+1}$ において与えられる．

こうした言語の階層化によって，真理述語を理論化するアプローチを「型付きの真理論」(typed truth theory) という．

Tarski が真理の明示的定義を与えた理由 (1)

- Tarski は $\mathcal{L}$ に関するすべての T-文をそのまま公理とする真理の理論 (これを TB と呼ぶ) はアド・ホックであると考え、明示的定義を導入した。この 2 つでは何が違うのか？

1) (演繹力) TB からは次のような $\mathcal{L}$ のすべての文 (無限個) への量化を含む文は導出できないが、明示的な定義からは、可能である。

T1) $\mathcal{L}$ のどのような文 φ についても, $T(\ulcorner \varphi \urcorner) \vee T(\ulcorner \neg \varphi \urcorner)$.

T2) $\mathcal{L}$ のどのような文 φ についても,
 $\text{Prov}_{PA}(\ulcorner \varphi \urcorner) \rightarrow T(\ulcorner \varphi \urcorner)$.

(T2 は global reflection principle と呼ばれる。算術の言語 $\mathcal{L}$ では書けない。)

T2 については、これが証明できない理由を次の節で述べる。

Tarski が真理の明示的定義を与えた理由 (2)

2) (方法論的な問題)

1930 年代に Tarski の周辺で論理学を研究していた哲学者たちは (ルヴォフ=ワルシャワ学派, ウィーン学派などが中心となる) 「真理」の概念を含む意味論的概念は (「定義可能」, 「指示」, 「意味」, 等も含めて) 過度に形而上学的であり, 論理学に関する科学的探究から排除すべきものであると考えていた. このことの背景には, こうした概念を用いたパラドックスの存在が影響していると考えられる.

Tarski には, 意味論的な概念を純粹に構文論的な (Tarski の用語は morphological である) 概念のみを含む明示的な定義によって「消去」する動機があった.

1.3 型付き真理述語に関する理論の公理化

- 真理述語に関する理論の公理化．明示的な理論よりも弱い理論でよい．
- 合成性公理 (compositionality axioms) による公理化

この公理化は実のところ上述の明示的定義の定義項 (右辺) の中に出てくる前件とほとんど同じ形をしており，

1) 原子文に関する真理述語の振る舞い，2) 真理述語と論理定項の可換性の二つの点に焦点を当ててなされている．

算術の言語 $\mathcal{L}$ の真理述語に関する compositionality に基づく公理化

公理系 ($CT \vdash$)

CT0. ($\mathcal{L}$ における) PA の公理

CT1. $\forall s \forall t (T(s = t) \leftrightarrow s^\circ = t^\circ)$.

CT2. $\forall x (Sent(x) \rightarrow (T(\neg x) \leftrightarrow \neg T(x)))$

CT3. $\forall x \forall y (Sent(x \vee y) \rightarrow (T(x \vee y) \leftrightarrow (T(x) \vee T(y))))$

CT4. $\forall x (Sent(\exists v x) \rightarrow (T(\exists v x) \leftrightarrow \exists t T(x(v/t))))$

規約 T の導出可能性

命題

算術の言語 $\mathcal{L}$ におけるいかなる式 $\varphi(x_1, \dots, x_n)$ についても,

$$(CT \upharpoonright) \vdash \forall t_1, \dots, t_n (T \ulcorner \varphi(t_1, \dots, t_n) \urcorner \leftrightarrow \varphi(t_1, \dots, t_n)).$$

しかし, 上述の T2) のような原理はこの形式体系においては証明できないことが知られている.

T2 (global reflection principle) の導出不可能性

T2 は $(CT \uparrow)$ の導出不可能性について述べる .

(一番重要な lemma の証明は長過ぎるので与えない .)

そのためにまず必要な定義を与える .

(保存的拡張 , conservative extension)

$\mathcal{L}_1 \subseteq \mathcal{L}_2$ であるような言語 $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$, またそれらの言語の上で定式化された形式体系 (あるいはもっと一般に理論でもよい) T_1, T_2 を考える .

ここで言語 $\mathcal{L}_1$ に属する任意の式 φ について , $T_2 \vdash \varphi$ ならば , $T_1 \vdash \varphi$ が成り立つとき , T_2 を T_1 の保存的拡張と言う .

Lemma

$(CT \upharpoonright)$ は PA の保存的拡張である .

この結果により , T_2 が $(CT \upharpoonright)$ から導かれることはあり得ないことが分かる .

(どうしてそのようになるかについては , この後の議論から分かる .)

合成性公理に基づく体系 CT

ここでは, $(CT \upharpoonright)$ との対比のために, $(CT \upharpoonright)$ より少しだけ強い体系 CT を導入する.

Definition

$$CT = CT \upharpoonright +$$

$$\mathcal{L}_T \text{ の任意の式 } \varphi \text{ について,} \\ \varphi(0) \wedge \forall x(\varphi(x) \rightarrow \varphi(x+1)) \rightarrow \forall x \varphi(x).$$

つまり, 数学的帰納法の公理スキーマに, 真理述語を含む述語を例としてとることを可能にさせる.

$(CT \upharpoonright)$ では帰納法の公理スキーマの例として取ることができるのは算術の言語 $\mathcal{L}$ の式であった.

CTにおける global reflection principle の証明 (1)

CT においては, PA 上の「包括的反映原理 (global reflection principle)」と呼ばれる次の言明を証明することが出来る.

$$\forall x (Sent(x) \wedge Prov_{PA}(x) \rightarrow T(x))$$

CTにおける global reflection principle の証明 (2)

証明) (outline) (以下では PA の公理はすべて文であるとする．自由変項を含む場合は，その全称閉包を考える．) 証明は PA の証明の長さに関する帰納法による．

- 1) base case: PA のすべての公理が真であることをまず証明する．
- 2) inductive case: 推論規則が真理保存的であることを証明する．

Base case (1)

- 帰納法の公理以外の公理 φ については, $T(\ulcorner \varphi \urcorner)$ が言える.
- 帰納法の公理が真であるというためには, 次の演繹のステップが必要. まず帰納法スキーマの次のような例を考える.

$$T(x(v/\ulcorner 0 \urcorner)) \wedge \forall y (T(x(v/\dot{y}) \rightarrow T(x(v/\dot{S}y))) \rightarrow \forall y T(x(v/\dot{y})))$$

ここで, $x(v/y)$ は「式 x における変項 v に y に対応する numeral を代入したもの」である.

Base case (2)

i) $PA \vdash x(v/\dot{S}y) = x(v/\dot{S}\dot{y})$ という事実と (この S とは各項に後続者関数を付ける関数を算術の体系内で「表現する」関数である) ,

ii) regularity lemma ($\vdash_{CT} \forall x \forall s \forall t (Sent_T(\forall vx) \wedge s^\circ = t^\circ \rightarrow (T(x(v/s)) \leftrightarrow T(x(v/t)))$).)

という2つの事実により ,

上の言明は次の言明に書き換えられる .

$$Sent(\forall vx) \rightarrow (T(x(v/\ulcorner 0 \urcorner)) \wedge \forall t (T(x(v/t)) \rightarrow (x(v/St)) \rightarrow \forall t T(x(v/t))))$$

Base case (3)

ここで $\rightarrow$ を $\neg, \vee$ によって書き換え, $\neg$ については CT2, $\vee$ については CT4 を適用し, CT5 によって全称量化子を $T(x)$ の中に移す. これによって次が証明される.

$$\text{Sent}(\forall vx) \rightarrow (T(x(v/\ulcorner 0 \urcorner)) \wedge \forall v(x \rightarrow (x(v/Sv)))) \rightarrow \forall vx))$$

これは, 帰納法の公理が真であることを述べている.

(ここでの議論が, 真理述語を帰納法のスキーマに代入しなければならない理由の1つである.)

- これにより, PA の公理がすべて真であることが言えた.

Induction step (1)

推論規則が真理保存的であることの証明を与える .

($Pr(y, x) =_{df.} \exists z(|z| \leq x \wedge Prf(y, z))$ という述語を導入する .
直観的な意味 : 「 y という式が x 以下の長さで証明できる 」

$ucl(x)$ は式 x の全称閉包を x に割り当てる関数とする .)

我々は PA の全称閉包はすべて真であるという言明を証明するので , 次の帰納法のスキーマの代入例を使う .

- 1) $\forall y(Pr(y, 0) \rightarrow T(ucl(y))) \wedge$
- 2) $\forall x(\forall y(Pr(y, x) \rightarrow T(ucl(y))) \rightarrow \forall y(Pr(y, Sx) \rightarrow T(ucl(y))))$
- 3) $\rightarrow \forall x(\forall y(Pr(y, x) \rightarrow T(ucl(y))))$.

Induction step (2)

- 1) は上で示した (長さ “0” で証明可能とは, 公理であるということである) .
- 2) の言明は帰納ステップになる . 我々は Hilbert 式の公理系を考えているので ,
MP と UG をチェックすればよい .

上述の定理の系

系

CT は PA の保存的拡張ではない.

証明) $\vdash_{CT} \forall y (Prov_{PA}(y) \rightarrow T(ucl(y)))$ であるから, その
 $0 = 1$ による例化について,

$CT \vdash_{CT} Prov_{PA}(\ulcorner 0 = 1 \urcorner) \rightarrow T(\ulcorner 0 = 1 \urcorner)$. ところが,

$\vdash_{CT} 0 \neq 1$ であるから, $\vdash_{CT} T(\ulcorner 0 \neq 1 \urcorner)$ (CT1 より). 即ち,

$\vdash_{CT} T(\ulcorner \neg 0 = 1 \urcorner)$

$\vdash_{CT} \neg T(\ulcorner 0 = 1 \urcorner)$ (CT2 より) 従って,

$\vdash_{CT} \neg Prov_{PA}(\ulcorner 0 = 1 \urcorner)$.

この文は $\mathcal{L}$ であり, かつ $PA \not\vdash \neg Prov_{PA}(\ulcorner 0 = 1 \urcorner)$. (第二不完全性定理による. 勿論, PA が無矛盾であるということは仮定する.) 従って, PA で証明できない $\mathcal{L}$ の文を CT は証明できる. 故に, CT は PA の保存的拡張ではない.

真理定義と global reflection principle

勿論，global reflection principle は Tarski のオリジナルな真理定義の帰結にもなっている．

Tarski 自身がその論文の中で，対象言語で定式化された理論（形式体系）の無矛盾性を証明できるということを彼の理論の利点であると述べている．

（ただし，Tarski はこの無矛盾性証明には限られた認識論的意義しかないということを認めている．）

T2 が $CT \downarrow$ において証明できない理由

$CT \downarrow$ において T2 が証明されると仮定する。
すると上の議論により, Con_{PA} が, $CT \downarrow$ から証明可能になってしまう。

しかし, Con_{PA} は算術の言語 $\mathcal{L}$ によって表現できる。

これは $CT \downarrow$ が PA の保存的拡張であるという事実と矛盾する。

なぜ公理的アプローチを採るのか？

- 最近の真理論は、公理的なアプローチが多い。
(この講義も、公理化という点で一貫した記述をしている)
- 公理的アプローチが好まれる 2 つの理由：
 - 1) 真理論と他の体系との関係に関心がある (2 階算術の下位体系等)
 - 2) 真理の概念と表現がもたらす細かい違いに関心がある。
(cf. Deflationism on truth)